

620.1123
E.67호

寄贈

工學碩士學位請求論文

應力集中部에 대한 破壞力學的 考察

An Investigation of the Mechanical Behavior on the Stress Concentration Zone by Fracture Mechanics Approach



이 論文을 碩士學位 論文으로 提出함

仁荷大學校 大學院


機械工學科(固體 및 生産工學專攻)


堅 寓 釘

本 論 文 을 堅 寓 鉞 의 碩 士 學 位 論 文 으 로 認 定 함

1983 年 2 月

主 審 _____

副 審 金 相 哲 

委 員 金 錦 成 

ABSTRACT

Using the general formulas of stress concentration factor, methods for calculating stress intensity factor are studied.

If the stress concentration factor at the notch root is expressed by the function of notch root radius, stress intensity factor can be calculated from the limiting values of stress concentration factor.

In this paper, stress intensity factors are determined for several models from the stress concentration factors already known.

As a result, it concluded that the stress intensity factor could be calculated conveniently with good accuracy in case of knowing the stress concentration factor.

要 約

構造物에 notch 등이 존재할때의 設計의 기준은 notch 先端에 發生하는 最大應力을 기준으로 하여 強度에 對한 安全性을 기하였다.

그러나 notch 끝 半徑이 무한히 작아져서 crack 의 形狀으로 되는 경우는, crack 先端에서의 應力이 무한대가 되므로, 應力기준의 強度評價는 불가능 하게 되어, 強度 評價를 위해 새로운 手法이 必要하게 되었다. 이를 위해 발전한 學問이 破壞力學이다.

線形破壞力學에서 強度評價를 위한 parameter 중 代表的인 것으로는 應力擴大係數 (Stress Intensity Factor, K)가 널리 使用된다. 이 應力擴大係數를 求하는 方法에는 理論的, 實驗的 方法등 여러가지가 있다.

本 論文에서는 構造物에 notch 등이 存在함으로써 求할 수 있는 應力集中係數로 부터 應力擴大係數를 求하여 보았다.

이 方法에 依하여, 應力集中係數를 알수 있는 경우, 다른 方法에 비하여 充分히 精度가 좋고 簡便한 方法으로 應力擴大係數를 求할 수가 있었다.

Notation

α	應力集中係數
a	crack 길이
b, D	試片 폭
B_i, C_i	α 식의 係數
d	試片 notch 간 폭
K_I	應力擴大係數 (mode I)
K_{II}	應力擴大係數 (mode II)
K_{III}	應力擴大係數 (mode III)
K_{th}	理論式에 의하여 求한 應力擴大係數
$K_{\alpha I}$	α 로 부터 求한 應力擴大係數 (mode I)
$K_{\alpha III}$	α 로 부터 求한 應力擴大係數 (mode III)
r, θ	notch 先端에서의 임의점의 극좌표
σ_x	x 방향의 應力
σ_y	y 방향의 應力
τ_{xy}	剪斷應力
σ_0	基準應力, 公稱應力 (Nominal stress)
σ_{max}	最大垂直應力
τ_{max}	最大剪斷應力

目 次

Abstract

要 約

Notation

第 1 章 序 論	1
第 2 章 應力集中	3
第 3 章 應力擴大係數	6
第 4 章 應力集中係數와 應力擴大係數와의 關係	8
第 5 章 解析節次	11
5-1. 解析方法	11
5-2. 解析節次	12
5-2-1. Model 의 選定	12
5-2-2. α 式의 誘導	13
5-2-3. 重回歸分析에 依한 K 解析	14
第 6 章 解析結果 및 이에 對한 考察	28
第 7 章 結 論	37
References	38
後 記	41

第 1 章 序 論

破壞力學이 體系化되기 以前의 設計에 있어서는, 設計의 基準을 應力에 두었고, 斷面에 急激한 變化등이 있을 때에는 應力集中現象이 일어나므로 이때에는 그 部分에서 發生하는 最大應力을 基準으로 삼았었다. 例컨데 有限한 끝 半徑을 갖는 notch 등에 있어서도 notch 先端에 發生하는 最大應力을 實驗내지 解析的으로 求하여 設計에 있어서의 強度에 對한 安全性을 기하였다. 따라서 이러한 應力集中이 일어나는 部分에 對한 研究는 수 많이 이루어졌었다.

그러나 notch 끝 半徑이 無限히 작아져서 crack 같은 形狀을 이룰 때에는 彈性學上 crack 先端에서의 最大應力은 無限大가 되고 이러한 경우에는 應力 基準의 強度評價는 不可能하게 되고 強度評價를 위한 새로운 手法이 必要하게 되었다.

上記와 같은 必要性을 充足시키기 위하여 發達되어온 새로운 學問이 破壞力學이고, 이 方面의 研究도 활발히 進行되어 왔고, 또 進行中에 있다.

線形破壞力學에서 強度評價를 위한 parameter 는 여러가지 發表되어 있으나, 그 中에서도 crack 先端에서의 應力の 強度를 나타내는 應力擴大係數(Stress Intensity Factor, K)가 널리 使用되고 있다.

應力擴大係數의 重要性에 비추어 여러가지 形狀의 crack 등에 對하여 K 의 解析法이 研究되어 왔고, 解析의 結果 求한 K 의 값도 상당한 數에 이르고 있다.

應力擴大係數를 求하는 方法을 概括的으로 살펴보면 크게 나누어

實驗에 의한 方法, 數值解析法 및 理論 數學에 의한 方法 등이 있다. 이러한 方法들은 그 나름 대로 長短點을 갖고 있으나, 여러가지 復雜한 要因으로 解析이 困難할 때에는 實驗的인 方法도 有用하게 使用되고 있다.

앞에서도 말한 바와 같이 crack 은 notch 등의 끝이 無限히 銳利하게 된 경우이고, notch 끝의 曲率半徑을 無限히 零에 가깝게 하였을 때가 crack 이 되는 것이며, 多幸히 notch 등에 對한 應力集中係數는 數 많이 研究되어 그 資料가 豊富하다.

本 論文에서는 이미 수집되어 있는 應力集中係數를 使用하여 K 를 求하는 方法에 對하여 研究하였고, 研究의 結果 그 有用성을 立證하였다.

第 2 章 應 力 集 中

一般的으로 物體에 荷重등이 作用할때 荷重이 集中되어 作用하거나, 形狀이 急擊히 變化하는 곳 등이 없다면 應力集中 現象은 發生하지 않는다. 그러나 物體中에 notch cavity 혹은 異種物質등이 存在하게 되면 이미 應力狀態의 均一성은 保存할 수 없게되며 應力攪亂이 일어나게 된다. 이러한 應力集中으로 인하여 應力集中部에서는 公稱應力の 몇배가 되는 應力이 發生하게 되고, 그 部分에 強度上的 弱화를 招來케 한다.

예를 들어 Fig.2-1 과 같이 均一한 引張力을 받는, 폭이 一定한 板의 中間部分에 하나의 notch 가 있는 경우를 생각해 보면 主應力線의 一部는 境界條件에 의하여 원래의 位置(點線)를 維持하는 것이 불가능하게 되어 notch 空間의 周圍를 迂廻하는 것이 부득이 하게 되며, 이 結果 局部에 主應力線이 密集, 즉 應力集中을 일으키게 된다. 또한 이 경우의 最大應力은 notch 의 中央보다는 오히려 notch 의 모서리 즉 曲率이 큰 部分에서 나타나 이 값은 曲率半徑이 작아짐에 따라 커진다. 이와 같이 物體의 形狀에 急激한 變化가 있는 곳에서는 平均的인 應力值보다 큰 應力이 생긴다.

應力集中의 크기를 나타내기 위하여 應力集中部에 發生하는 最大應力과 適當한 基準應力과의 比인 應力集中係數(Stress Concentration Factor, α)를 使用한다. 즉 應力集中部에 發生한 最大應力을 σ_{max} , 基準應力을 σ_0 라고 하면

$$\alpha = \sigma_{max} / \sigma_0$$

라는 식으로 주어진다. 等方 等質 彈性體의 2次元 應力 分布는 材料의 彈性係數등에 無關係하며 形狀만에 依하여 決定되는 것이 보통이기 때문에, 때로는 應力集中係數를 形狀係數(Form Factor)라고 부르기도 한다.

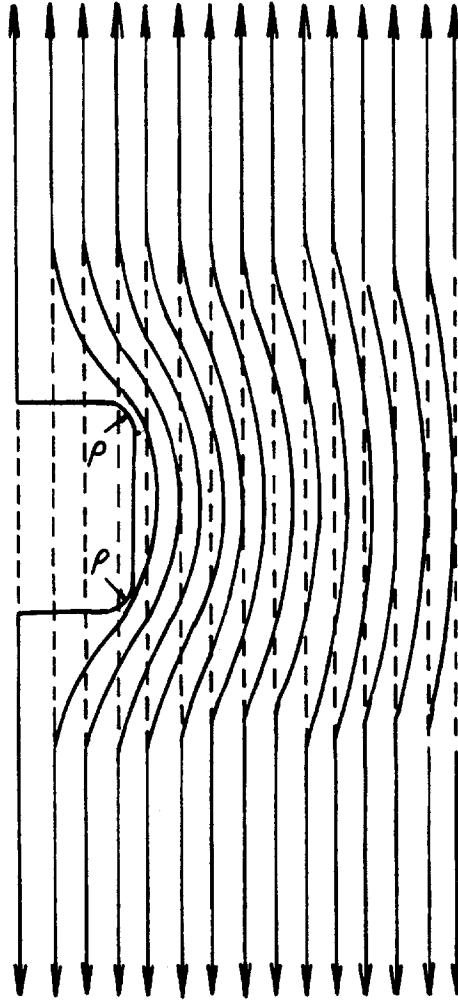
應力集中係數를 求하는 方法도 理論的으로 解析하는 數學的 方法과 實驗的 方法 등이 있다.

初期에 彈性學의 理論計算을 利用한 應力集中係數에 對한 基礎的 研究는 H.Neuber 에 의하여 행하여졌다.¹⁾ 그러나 이와같은 理論計算은 無限板에 存在하는 圓形구멍, 橢圓形구멍과 같이 아주 形狀이 簡單한 경우에 대하여 解析이 可能하며²⁾ 보통의 경우에는 實驗的 方法이 많이 使用된다. 實驗的 方法에는 光彈性法(Photoelastic Method)³⁾, Strain gage Method⁴⁾, Electrical Analogy Method⁵⁾, Elastic Membrain Method⁶⁾ 등이 있다.

이러한 實驗的 方法으로 解析된 α 의 값들은 거의 대부분의 形狀에 대하여 求해져 있으며 이들 값들은 Peterson⁷⁾, Savin⁸⁾ 및 Paris⁹⁾에 의하여 정리되어져 널리 活用되고 있다.

Uniform
stress

σ



σ

Fig. 2 - I. Perturbation of Lines of Force by a notch in a Plate

第 3 章 應力擴大係數

應力擴大係數 K 는 線形破壞力學에 있어서 crack 先端近傍의 應力場의 세기를 나타내는 가장 基本的인 Parameter 이다.

Crack 先端近傍의 應力場은 垂直應力 (Normal Stress)에 의한 Opening mode 인 mode I, 面內剪斷應力 (In-Plane Shear)에 의한 Sliding mode 인 mode II, 그리고 面外剪斷應力 (Out-of Plane shear)에 의한 Tearing mode 인 mode III의 3개의 基本的인 型으로 分類된다. 이와같은 各 mode 에 대한 應力擴大係數는 各各 K_I, K_{II} 및 K_{III} 로 表示한다. 이 應力擴大係數는 各各의 crack 先端的 變形樣式에 對하여 應力場의 強度에는 影響이 있으나 應力의 分布 形態에는 影響을 미치지 않는다.

前述한 바와같이 이러한 應力擴大係數를 求하는 方法에는 여러가지가 있다.

解析的 方法은 Westergaard 의 方法¹⁰⁾, 復素應力函數를 利用한 Muskhelishvili 법¹¹⁾, 轉位 Model을 應用한 Eshelby 의 方法¹²⁾, Bowie-Neal 에 의한 Mapping Collocation 法¹³⁾, Gross-Srawley 에 의한 選點法¹⁴⁾ 등이 있다.

實際 Crack 이 極히 複雜한 形狀으로 存在하여 理論的解를 얻는 것이 不可能할때 有限要素法에 의하여 K 를 求하는 方法도 있다.

實驗的 方法으로는 K 의 값을 直接的으로 測定할 수 없으나 變形率, Compliance, 變位等 實驗에 의하여 測定된 量과 K 와의 關係를 통하여 K 를 求할수 있다. 여기에는 Strain gage 法, 光彈性 法등이 있다.

또, K 는 notch 끝의 最大應力을 알므로서 曲率 半徑 ρ 가 零에 가깝게 될때의 應力集中係數의 極限值로서 決定할 수 있다.

第 4 章 應力集中係數와 應力擴大係數와의 關係

notch 先端 曲率半徑 ρ 를 無限히 零에 가깝게 하였을 때 notch 끝의 極限狀態가 crack 의 경우로 된다. crack 의 경우에 있어서는 crack 先端 附近의 應力場의 세기는 S.I.F. (K_I, K_{II}, K_{III})에 의하여 주어지는데 notch 끝의 應力을 알고 있을 때에는 ρ 를 零으로 極限 시킴으로서 應力擴大係數를 求할 수 있다.

이와 같이 應力集中係數와 應力擴大係數는 密接한 關係가 있으며 M.Creager 는 2次元인 경우에 對하여 應力擴大係數를 使用하여 有限曲率半徑을 갖는 notch 끝에 極히 가까운 곳의 分布를 다음과 같이 誘導하였다.¹⁵⁾

〈 mode I 〉 - Opening mode

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \begin{Bmatrix} 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix} + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \begin{Bmatrix} -\cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{3\theta}{2} \\ \sin \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix}$$

..... (4-1)

〈 mode II 〉 - Sliding mode

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} (2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}) \\ \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} (1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}) \end{Bmatrix} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \begin{Bmatrix} \sin \frac{3\theta}{2} \\ -\sin \frac{3\theta}{2} \\ -\cos \frac{3\theta}{2} \end{Bmatrix}$$

..... (4-2)

< mode III > - Tearing mode

$$\begin{Bmatrix} \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{Bmatrix} \quad \text{..... (4-3)}$$

윗 식에서 r 및 θ 는 Fig. 4-1 에 表示한 바와 같이 任意點 A 의 極座標이며 ρ 는 notch 끝의 曲率半徑이다. 또한 座標의 原點 은 그림에 나타낸 바와 같이 notch 先端으로 부터 $\rho/2$ 만큼 뒤에 잡은 것이다.

이들의 결과는 Fig. 4-2 와 같은 形狀 또는 crack 先端에 圓孔을 뚫은 것 같은 形狀에 對하여도 勿論 近似的으로 成立한다.

以上の 結果를 보면 모든式이 K 로 表示되어 있고 mode I 및 mode II 의 경우에 있어서 $\rho/2r$ 에 比例하는 項이 附加되어 있으나 式의 第1項들은 crack 의 경우와 모두 同一한 式이다. 윗식 (4-1), (4-2) 및 (4-3) 에 의하면 notch 의 應力集中을 應力擴大係數로 부터 近似的으로 求할 수 있다.

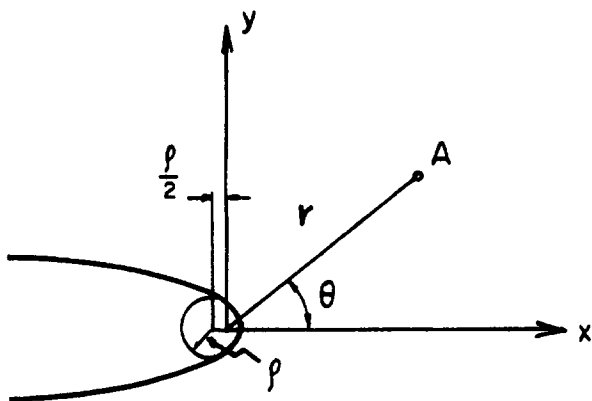


Fig. 4-1. Polar Coordinate near the Notch Root

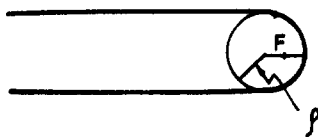


Fig. 4-2. Notch Shape

第 5 章 解 析 節 次

5 - 1. 解 析 方 法

mode I 의 경우 最大應力은 式(4-1), (4-2), 및 (4-3)에 의하여 notch 先端에 發生하는 σ_y 에서 $\theta = 0$, $r = \rho/2$ 를 代入하여

$$(\sigma_y)_{max} = 2K_I / \sqrt{\pi\rho} \quad \dots\dots\dots (5-1)$$

로 表示할 수 있다.

또 mode III 의 경우에는 같은 方法으로 다음 式을 얻는다.

$$(\tau_{yz})_{max} = K_{III} / \sqrt{\pi\rho} \quad \dots\dots\dots (5-2)$$

mode II 의 경우에 있어서도 같은 手法으로 上記式과 유사한 式을 유도할 수 있으나 本 研究에서는 mode I 및 mode III 인 경우에 對하여 重點的으로 研究하였기 때문에 이 두가지 경우에 對하여서만 論하겠다.

式 (5-1) 및 (5-2) 는

$$K_I = \frac{(\sigma_y)_{max} \sqrt{\pi\rho}}{2} \quad \dots\dots\dots (5-3)$$

$$K_{III} = (\tau_{yz})_{max} \sqrt{\pi\rho}$$

와 같이 되는데 Crack 의 경우에는 ρ 가 零으로 되는 極限의 경우 이므로 식(5-3)은

$$K_I = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{(\sigma_y)_{max} \sqrt{\pi\rho}}{2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} \cdot \sigma_0 \cdot a \quad \dots\dots\dots (5-4)$$

$$K_{III} = \lim_{\rho \rightarrow 0} (\tau_{yz})_{max} \sqrt{\pi\rho} = \sqrt{\pi} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} \tau_0 \cdot \alpha$$

와 같이 表示할 수 있다. 위 式에서 σ_0 및 τ_0 는 引張 및 剪斷의 基準應力이며 α 는 應力集中係數이다.

이들 式에 의하여 應力集中係數를 ρ 의 函수로 表示하면 K_I 및 K_{III} 를 求할 수가 있다.

5-2. 解析節次

5-2-1. Model 의 選定

本 研究의 目的은 應力集中部 特히 試片에 notch 等이 있는 경우에 對하여 notch 끝 曲率半徑 ρ 의 函數로 應力集中係數 α 를 求하고 應力擴大係數 K 를 求하는데 있다. 따라서 解析 대상의 Model 은 notch 의 形狀이 ρ 를 零으로 近似시켰을때 crack 의 形狀으로 되어야 하기 때문에 U形 notch 가 있는 平板과 U形 groove가 있는 圓形斷面棒을 선택했다.

Double U形 notch 가 있고 引張力을 받고 있는 試片의 形狀과 ρ 및 notch 길이에 따른 α 값의 變化는 Fig. 5-1 및 Fig. 5-2 에 나타냈다. 그리고 Single U形 notch 가 있고 굽힘(Bending)을 받고 있는 試片의 形狀 및 α 값의 變化는 Fig. 5-3 에 나타내 보였다.

U形 groove가 있는 圓形斷面棒의 경우는 引張, 굽힘 및 비틀림을 各各 받고 있는 것을 선택하여, 引張을 받는 경우의 試片의 形狀과 ρ 및 notch 길이에 따르는 α 값의 變化는 Fig. 5-4 및

Fig. 5-5 에 나타내었고, 굽힘을 받고 있는 試片의 形狀 및 α 값의 變化는 Fig. 5-6 및 Fig. 5-7 에 나타내었다. 그리고 비틀림을 받고 있는 試片의 形狀 및 α 값의 變化는 Fig. 5-8 및 Fig. 5-9 에 나타냈다.

그림에서 보인 채택한 試片에 對한 α 의 값은 前記한 Peterson⁷⁾ 의 data 를 참고로 한 것이다.

5-2-2. 應力集中係數(α) 式의 誘導

앞절에서 誘導된 式(5-4) 에 나타낸 바와 같이 應力集中係數로 부터 K 값을 求하기 위해서는 ρ 의 函數로 된 α 의 式이 必要하다. 왜냐하면 式(5-4) 에서 보면 $\lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho}$ 의 項이 있으므로 α 가 ρ 의 項으로 표시되지 않으면 K 값은 그대로 零이 되기 때문이다. 또 α 式을 ρ 의 函數로 表示할때 $\sqrt{\rho}$ 의 形態가 分모에 있어야 하는 것도 알수있다.

따라서 이와같은 點을 고려하여 α 式을 誘導하기 위한 첫번째 方法으로 다음과 같은 것을 택하였다.

예를 들어 Fig. 5-1 의경경우, 첫째로 notch 間 폭에 對한 試片 폭의 比 $D/d=1.05$ 일때의 曲線에 對하여 notch 間 폭에 對한 曲率半徑의 比 즉 ρ/d 에 對한 α 의 값들을 data 로 읽어서 α 를 ρ 의 函數로 유도했다. 그리고 다시 $D/d = 1.1$ 일때도 같은 方法으로 ρ/d 에 對한 α 의 값들을 읽어서 α 를 ρ/d 의 函數로 나타냈다. 같은 方法으로 $D/d = 1.15, 1.2, 1.3, 1.5$ 및 2 일때도 各各 ρ/d 의 函數로 된 α 의 式을 誘導했다.

各 D/d 의 값에 對한 ρ/d 의 函數인 α 式의 一般의인 形態는

$$\alpha = a_0 + \frac{a_1}{\sqrt{\rho/d}} + \frac{a_2}{\sqrt{\rho/d + \rho^2/d^2}} \quad a_0, a_1, a_2 : \text{係數}$$

이다. 이 式은 最小자승법 (Least Square Method) 을 利用하여 유도한 것이다.

다음에는 ρ/d 만의 函數로 誘導된 α 식에 D/d 項을 包含시키기 위하여 α 式의 係數 a_0, a_1 및 a_2 와 D/d 를 函數關係로 나타냈다. 이렇게 하면 α 의 式은 ρ/d 및 D/d 의 函數로 表示되므로 曲率半徑의 變化 및 notch 길이에 따르는 α 값을 하나의 式에서 얻을 수 있을 것으로 사려되었다.

그러나 d/ρ 만의 函數로는 상당히 正確한 式을 유도할 수 있었으나 D/d 까지 包含한 α 式의 유도에는 상당히 큰 誤差가 있었다. 즉 ρ/d 및 D/d 모두를 包含한 α 식은 最小자승법 만으로는 精度 좋게 誘導할 수가 없었다.

따라서 ρ/d 및 D/d 를 모두 包含한 正確한 α 式을 誘導하기 위해서는 새로운 方法이 必要하였고, 本 研究에서 α 式을 誘導하기 위하여 使用된 새로운 方法이 重回歸分析法이다.

5-2-3. 重回歸分析에 依한 K 解析

重回歸分析 (Multiple Regression Analysis) 의 目的은 實驗等에서 얻어진 data 의 傾向을 잘 나타내주는 式을 求하고자 하는 것이다. 基本理論은 일단 式의 形態를 假定한 후 假定한 式에 data 를 代入해 求한 값과 실제 data 와의 差의 제곱의 總合이 最小가 되도록, 假定한 式의 係數를 決定하면 그 係數를 代入

한 식이 data의 傾向을 가장 잘 나타내주는 식으로 간주하는 것이다.

重回歸分析에서는 여러개의 獨立變數가 하나의 從屬變數에 영향을 줄때 하나의 식의 形態로 모든 變數를 包含시킬 수 있는 長點이 있다.

예를 들어 m개의 獨立變數 X_1, X_2, \dots, X_m 에 對應하는 Y의 從屬變數에 對하여

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_m X_m$$

으로 基本式을 假定하고 실제 data (X_1, X_2, \dots, X_m, Y)의 값을 假定한 式에 代入하여 係수 a_0, a_1, \dots, a_m 을 求함으로 해서 data의 傾向에 맞는 式을 求하는 것이다.

本 研究에서 假定한 α 의 一般式은 다음과 같다.

$$\alpha = (C_0 + C_1 \sqrt{d/\rho}) \{C_2 + C_3(D/d) + C_4(D/d)^2 + C_5(D/d)^3\} (1-D/d)$$

$C_0, C_1 \dots C_5$: 係數 (5-5)

이렇게 假定한 式은 試片폭의 1/2인 b에 對한 crack 길이 a의 비 (a/b)가 0.05 ~ 0.5 사이의 범위에서는 앞節에서 選定한 Model 중, Double notch가 있는 平板이 引張力을 받는 경우 (Fig. 5-1 참조), Single notch가 있는 平板이 굽힘을 받는 경우 (Fig. 5-3 참조) 및 U형 groove가 있는 圓形斷面棒이 引張 (Fig. 5-4 참조), 굽힘 (Fig. 5-6 참조), 비틀림 (Fig. 5-8 참조)을 받을 경우에 適用되는 α 의 式이다.

만일 a/b 의 범위가 0.1 ~ 0.9의 범위라면 위 式에서 ρ/d 대신 ρ/D 를, D/d 대신 d/D 를 代入해 주면 된다. 이 경우의 例

는 引張力을 받고 Double notch 가 있는 平板 (Fig. 5-2 참조), U形 groove 가 있는 圓形斷面棒이 引張 (Fig. 5-5 참조), 굽힘 (Fig. 5-7 참조), 비틀림 (Fig. 5-9 참조) 를 받는 경우에 適用된다.

式 (5-5) 과 같이 假定한 α 의 式에 上記한 形狀들의 data 를 代入함으로서 α 의 完전한 式을 求할수 있게 되며, 前節의 式 (5-4) 에 代入하면, K_I 및 K_{III} 를 求할 수 있다.

mode I 의 경우에는

$$K_{\alpha I} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} \cdot \sigma_0 \cdot \alpha \quad \dots\dots\dots (5-1)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \lim_{\rho \rightarrow 0} \sqrt{\rho} \sigma_0 (C_0 + C_1 \sqrt{\frac{d}{\rho}}) \{C_2 + C_3 (D/d) + C_4 (D/d)^2 + \\ &C_5 (D/d)^3\} \cdot (1-D/d) \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_0 \lim_{\rho \rightarrow 0} [\sqrt{\rho} C_0 \{C_2 + C_3 (D/d) + C_4 (D/d)^2 + C_5 (D/d)^3\} \cdot \\ &(1-D/d) + C_1 \sqrt{d} \{C_2 + C_3 (D/d) + C_4 (D/d)^2 + C_5 (D/d)^3\} \cdot \\ &(1-D/d)] \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_0 (C_1 \sqrt{d}) \{C_2 + C_3 (D/d) + C_4 (D/d)^2 + C_5 (D/d)^3\} (1-D/d) \\ &\dots\dots\dots (5-6) \end{aligned}$$

로 해서 α 에 의한 K 를 求할 수 있다.

따라서 위 式 (5-6) 에서 notch 깊이에 따르는 K 의 값을 求할 수 있다. 이렇게 하여 求한 K_I 의 값을 $K_{\alpha I}$ 으로 表示했다.

그리고 이미 알려진 K 의 理論解는 K_{th} 로 表示하여 $K_{\alpha I}$ 과 K_{th}

를 비교해 보았다.

그리고 mode III의 경우에는 mode I 일때와 같은 방법으로 다음 식과 같이 표현된다.

$$K_{\alpha III} = \sqrt{\pi} \tau_0 (C_1 \sqrt{d}) \{C_2 + C_3(D/d) + C_4(D/d)^2 + C_5(D/d)^3\} (1 - D/d) \dots\dots\dots(5-7)$$

式(5-6) 및 式(5-7)에서도, 上記한 바와 같이 試片幅 $\frac{1}{2}$ 인 b에 대한 crack 길이 a의 비(a/b)가 0.1 ~ 0.9 일때는 上記式中 \sqrt{d} , D/d 대신에 \sqrt{D} , d/D를 代入해 주어야 한다.

實際로 假定한 α 식의 係數를 決定하기 위해서 보통 90~260쌍의 data를 α 式에 變數의 값으로 代入하였다. 그리고, 計算上의 편의를 위하여 다음과 같이, 式(5-6)을 일반적인 polynomial 방정식의 형태로 고쳐서 다시 썼다.

$$\begin{aligned} & C_1 \sqrt{d} \{C_2 + C_3(D/d) + C_4(D/d)^2 + C_5(D/d)^3\} (1 - D/d) \\ &= C_1 \sqrt{d} \{C_2 + (C_3 - C_2)(D/d) + (C_4 - C_3)(D/d)^2 + (C_5 - C_4)(D/d)^3 - C_5(D/d)^4\} \\ &= \{B_0 + B_1(D/d) + B_2(D/d)^2 + B_3(D/d)^3 + B_4(D/d)^4\} \sqrt{d} \dots\dots (5-8) \end{aligned}$$

B_0, B_1, \dots, B_4 : 係數

의 形態로 고쳐서 $K_{\alpha I}$ 및 $K_{\alpha III}$ 의 값을 求하였다.

그리고 式(5-8)에는 D/d로 式(5-7)에는 d/D로 表示된 項을 crack 길이에 따른 K값의 變化를 보기 쉽게 하기 위하여 試片幅 $\frac{1}{2}$ 길이 b에 對한 crack 길이 a의비(a/b)로 다음식과 같은 형태로 치환하여 $K_{\alpha I}$ 및 $K_{\alpha III}$ 를 求했다.

$$K_{\alpha I} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \sigma_0 \{B_0 + B_1(a/b) + B_2(a/b)^2 + B_3(a/b)^3 + B_4(a/b)^4\} \sqrt{d}$$

..... (5-9)

$$K_{\alpha III} = \sqrt{\pi} \tau_0 \{B_0 + B_1(a/b) + B_2(a/b)^2 + B_3(a/b)^3 + B_4(a/b)^4\} \sqrt{d}$$

..... (5-10)

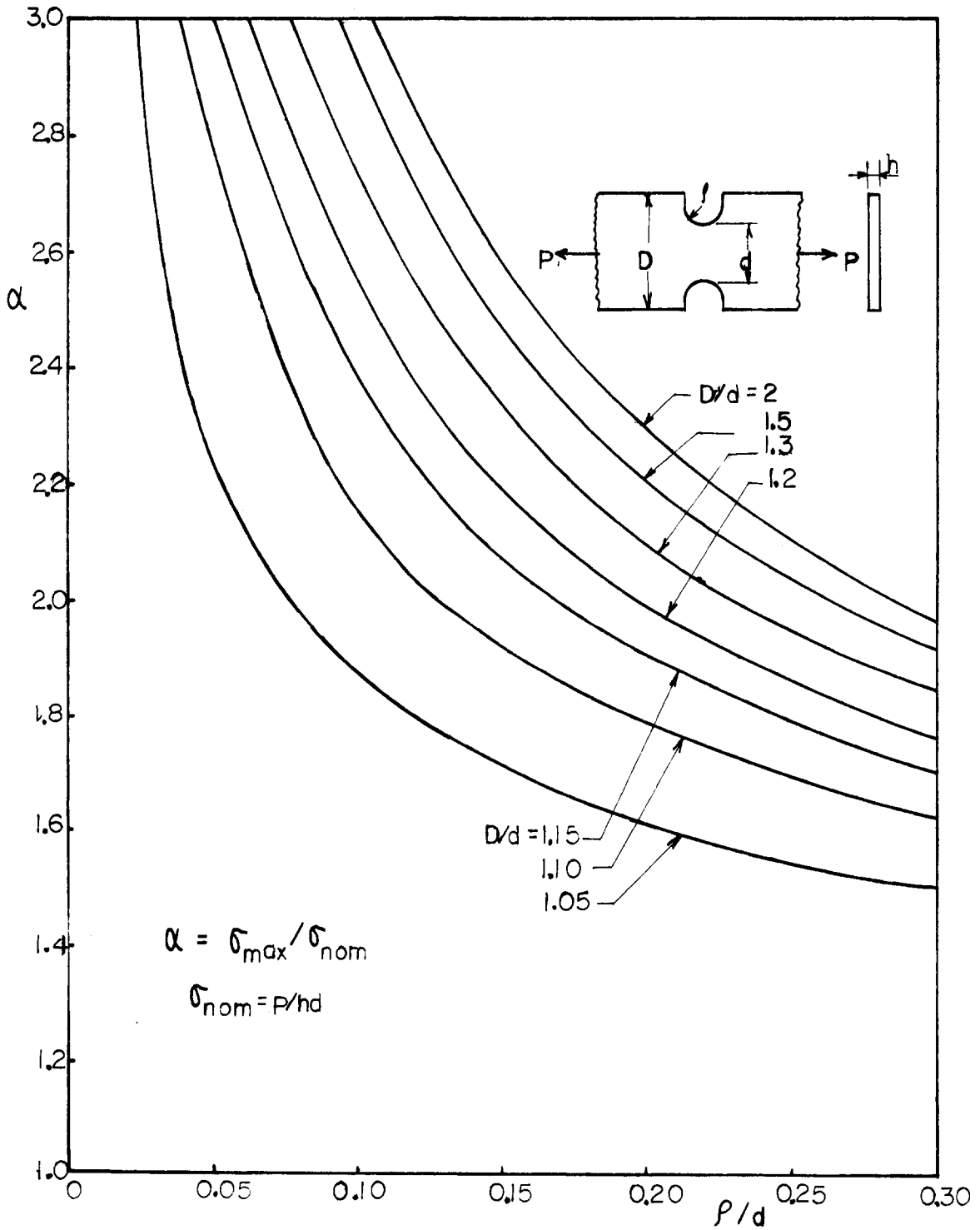


Fig. 5 - I. Stress Concentration Factor, α for a Flat Tension Bar with Opposite U Notches

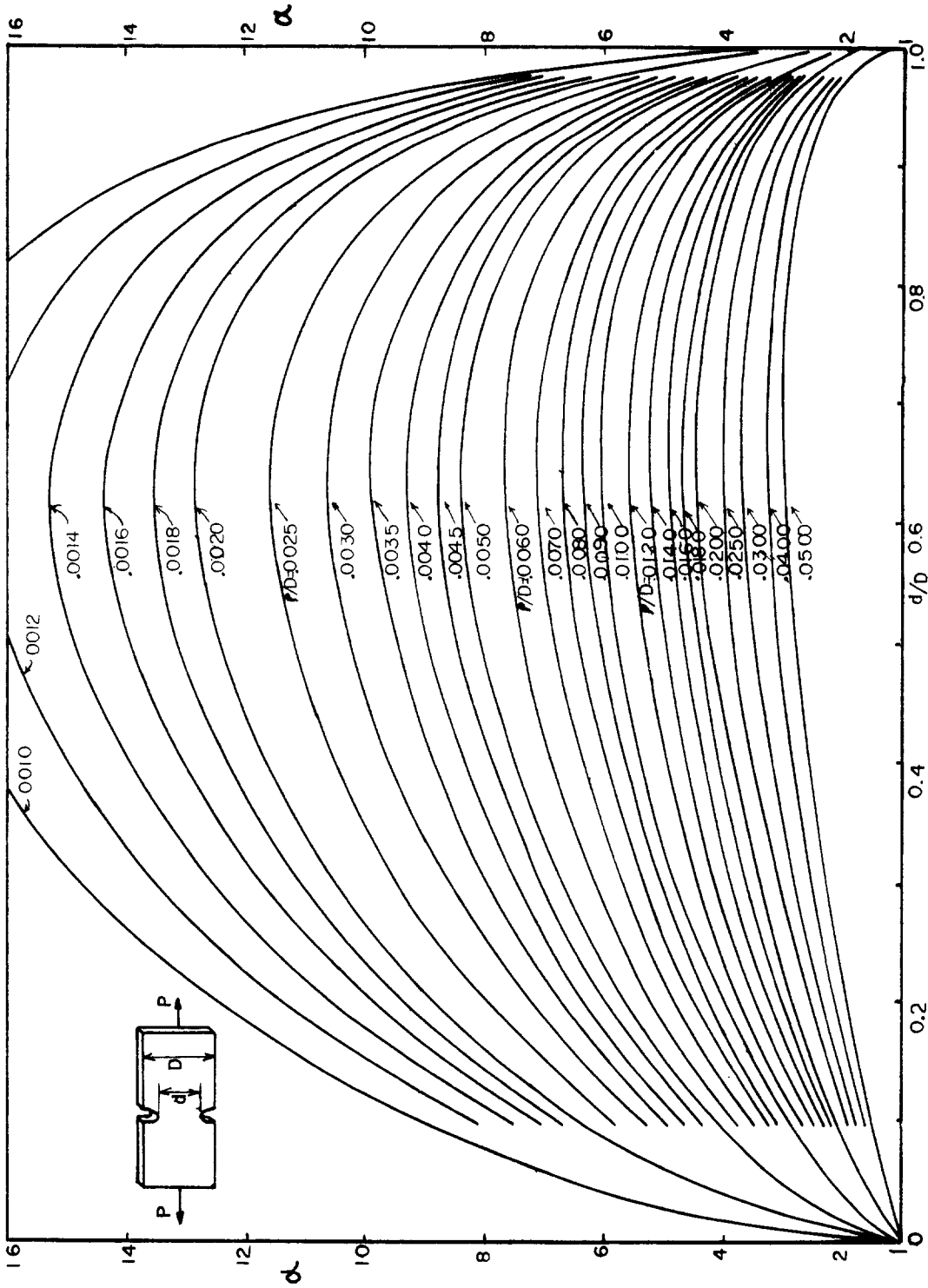


Fig. 5 - 2. Stress Concentration Factor, K_t for a notched Flat Bar in Tension

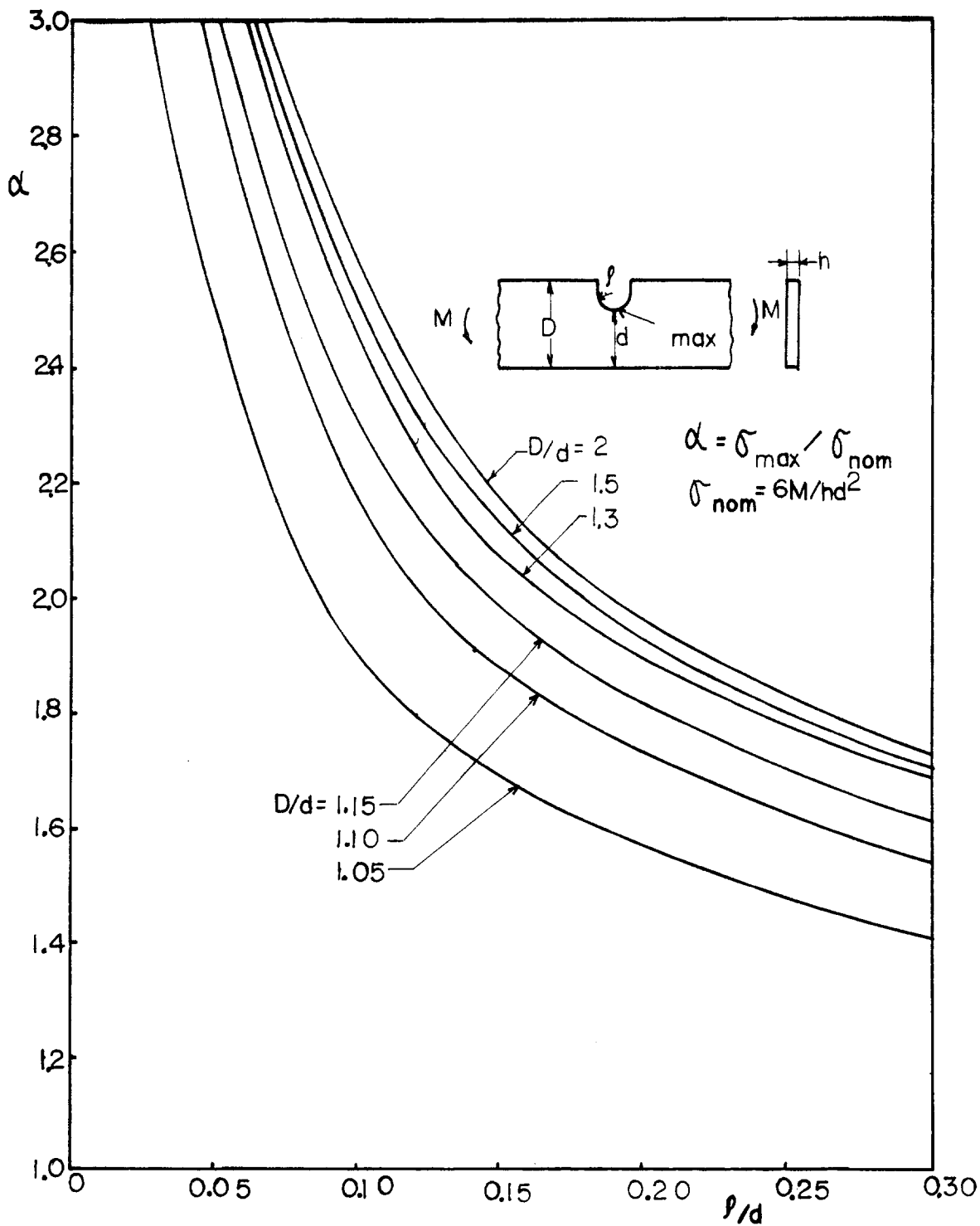


Fig. 5 - 3. Stress Concentration Factor, α for Bending of a Flat Bar with a U notch on one Side

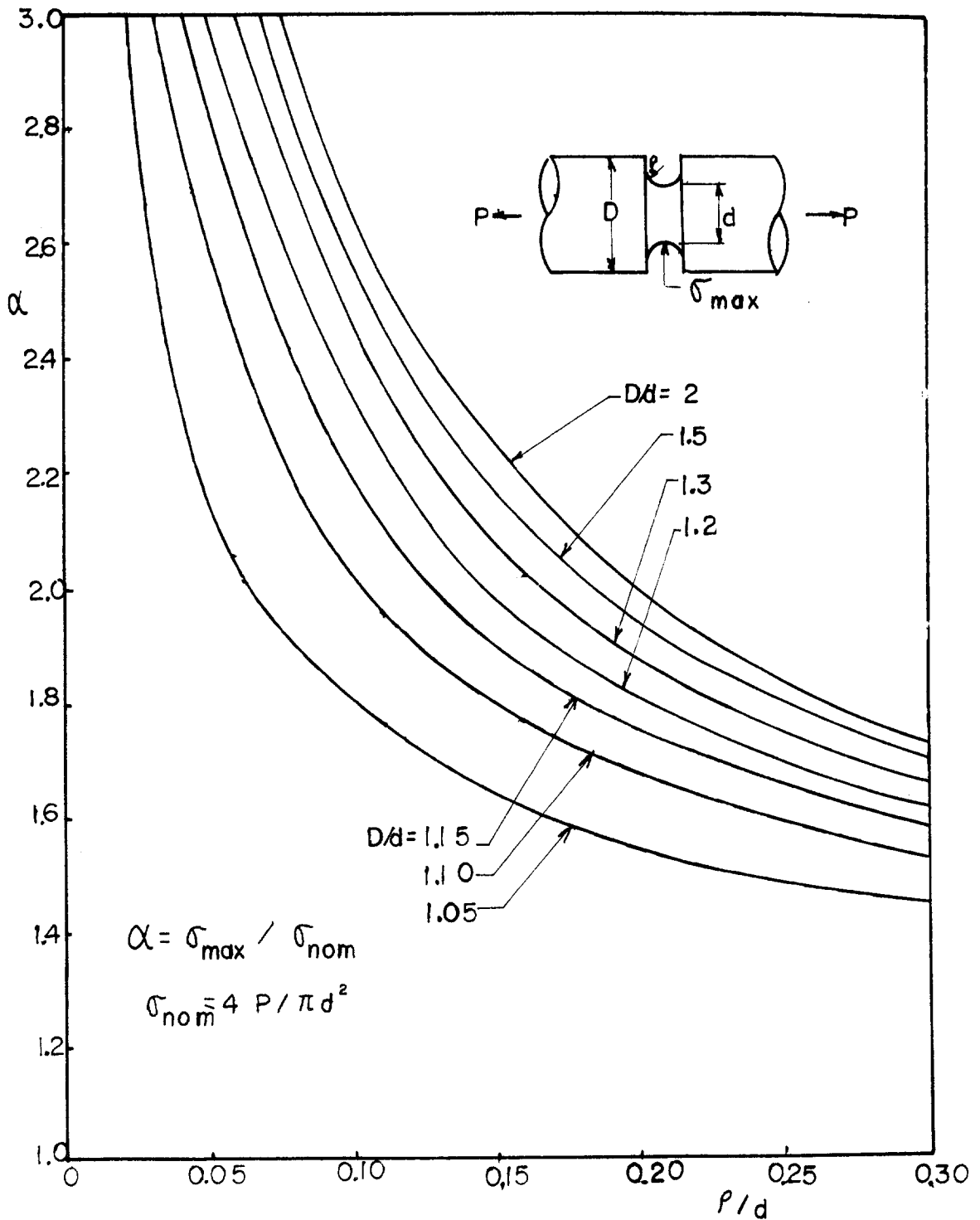


Fig. 5 - 4. Stress Concentration Factor, α for a Round Tension Bar with a U groove

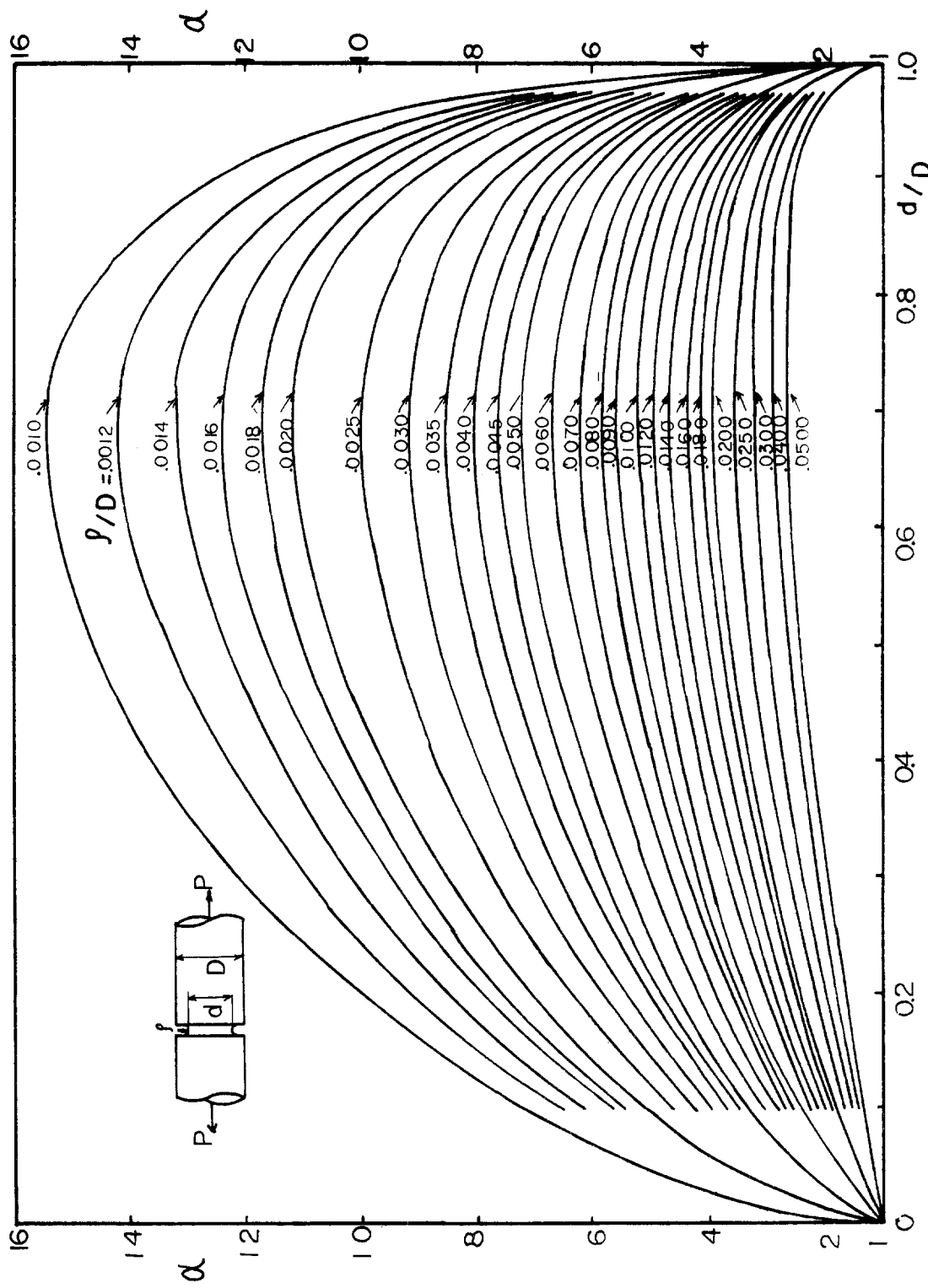


Fig. 5 - 5. Stress Concentration Factor, α for a Grooved Shaft in Tension

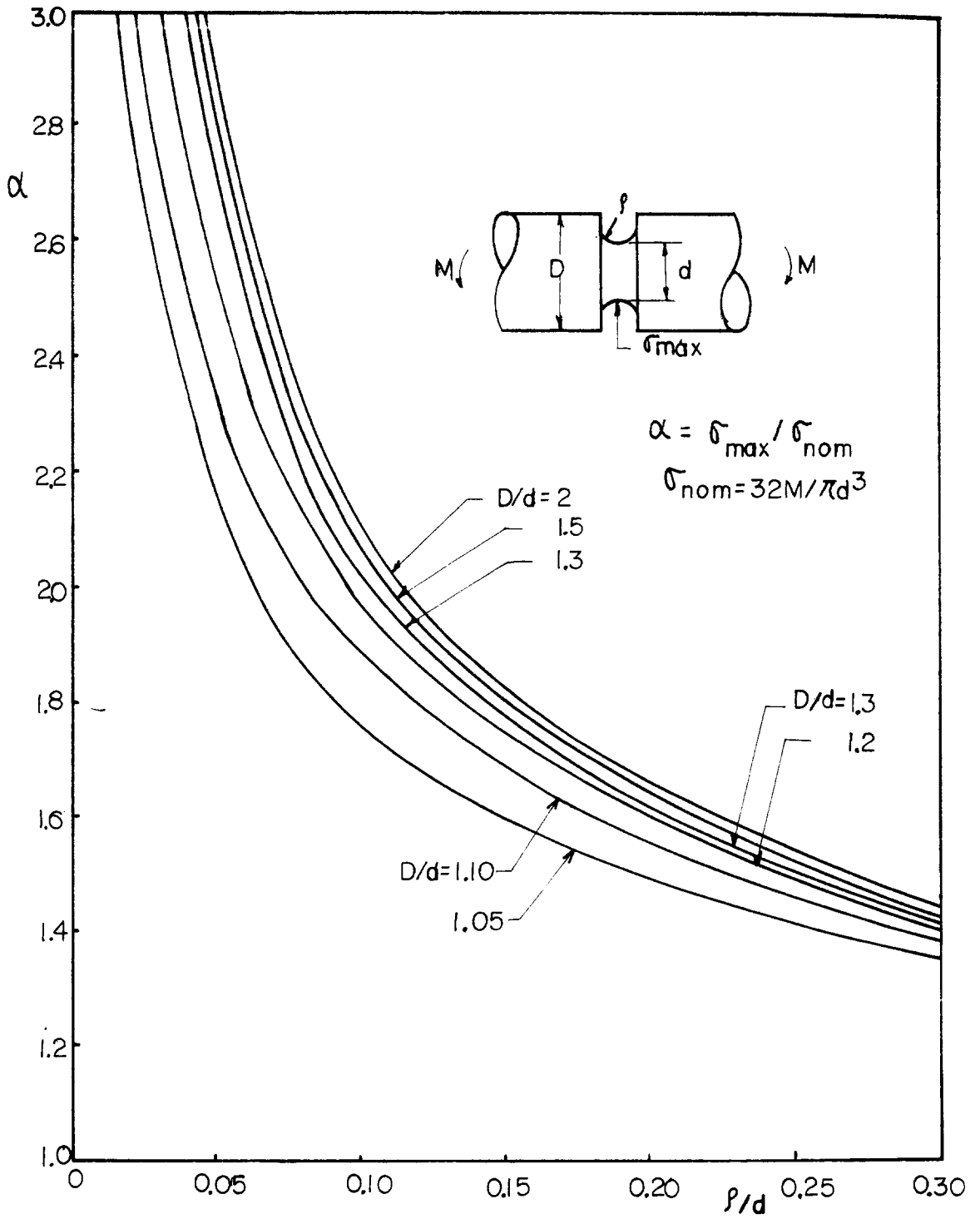


Fig. 5 - 6. Stress Concentration Factor, α for Bending of a Round Bar with a U groove

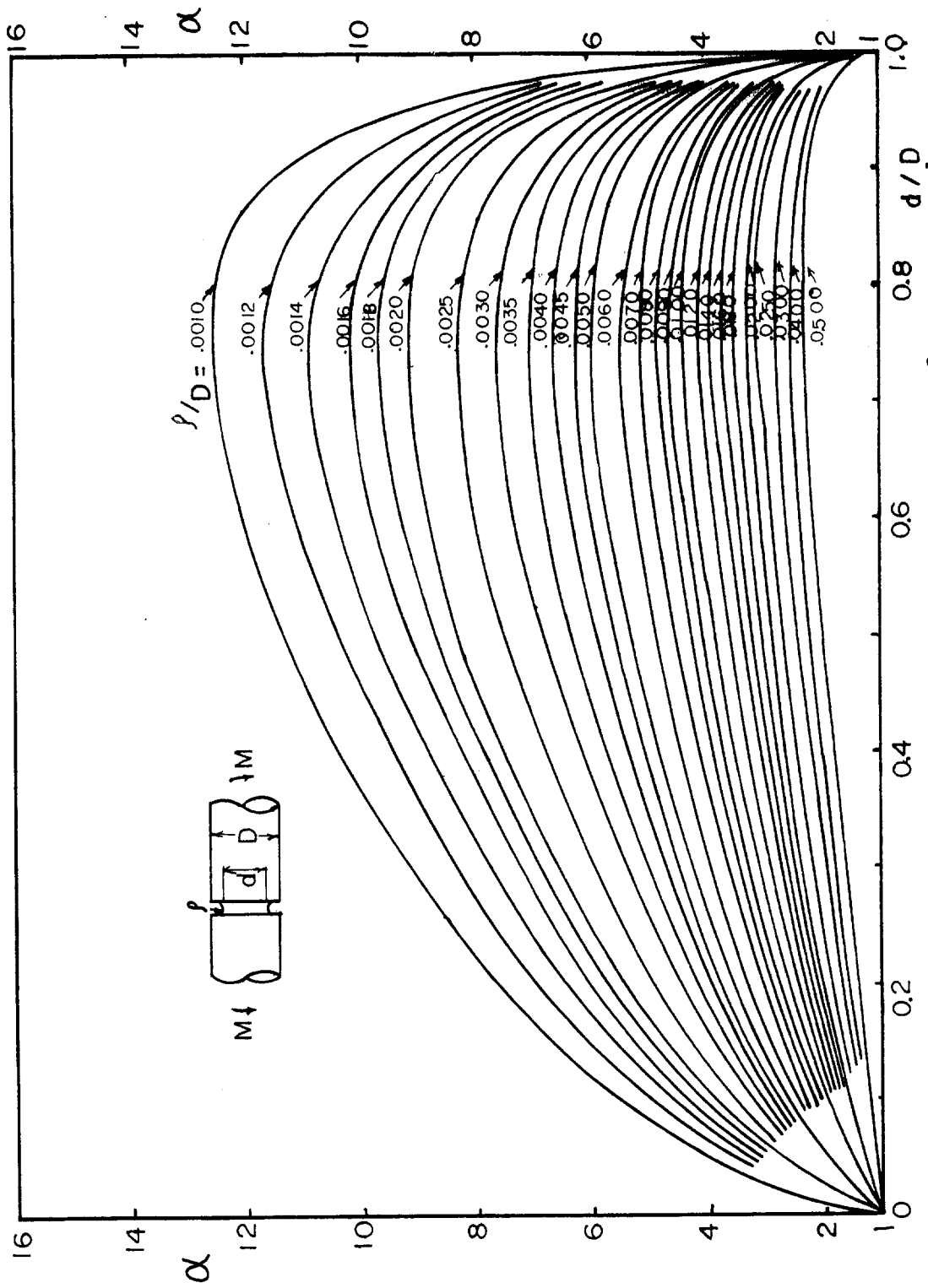


Fig. 5 - 7. Stress Concentration Factor, α for a Grooved Shaft in Bending

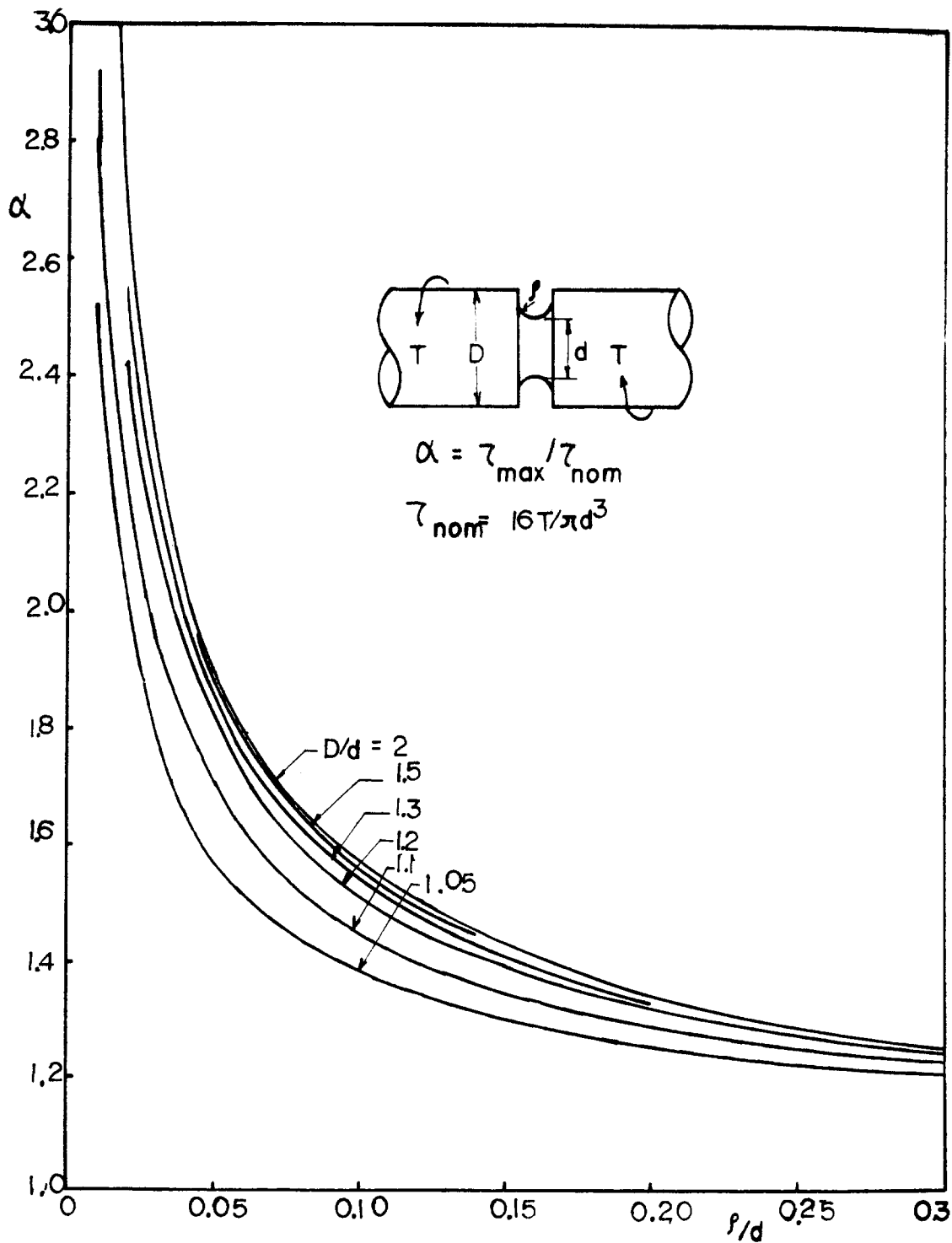


Fig. 5 - 8. Stress Concentration Factor, α for Torsion of a Round Bar with a U groove

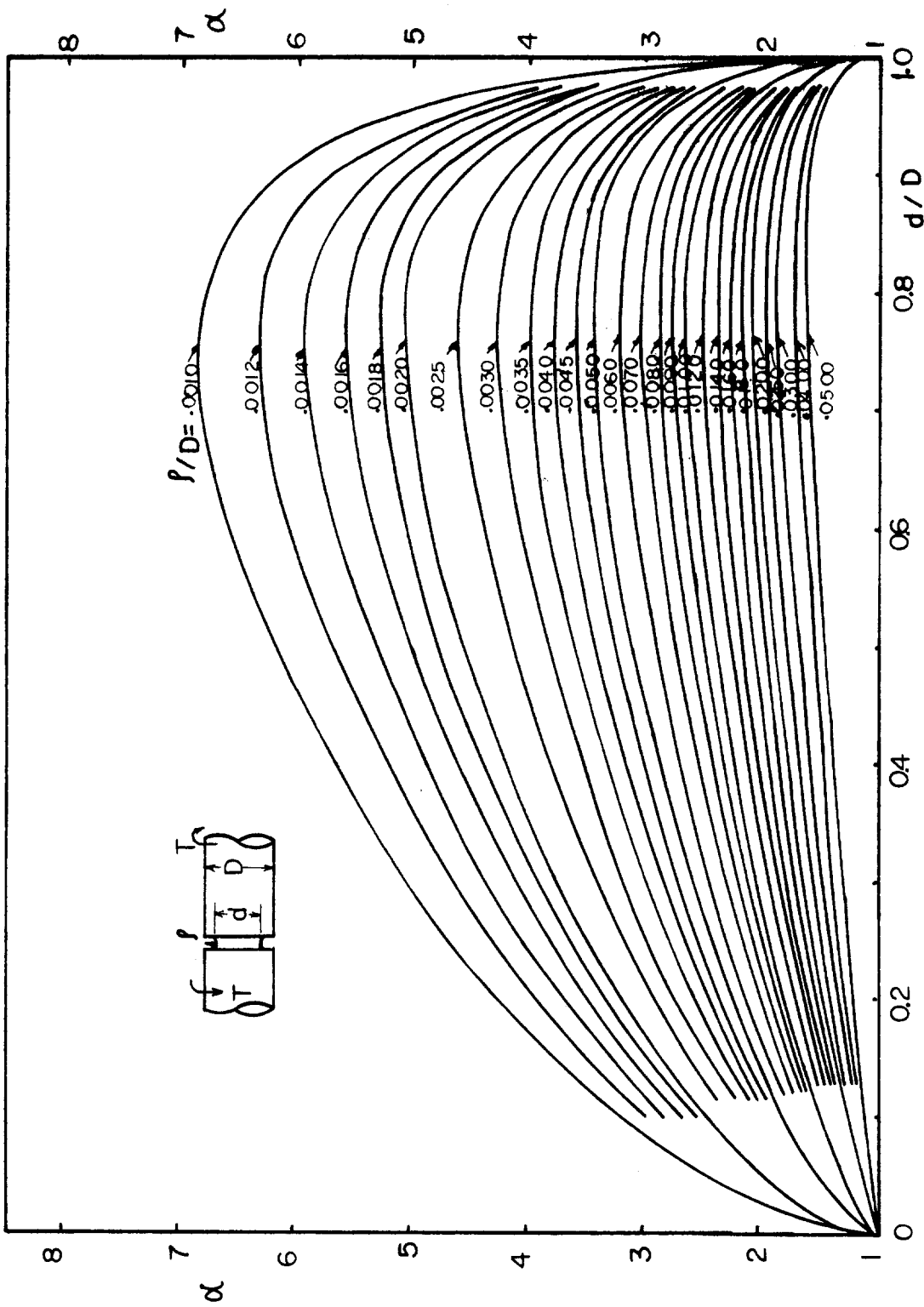


Fig. 5 - 9. Stress Concentration Factor, α for a Grooved Shaft in Torsion

第 6 章 解析結果 및 이에 對한 考察

Model 로 선정된 모든 試片에 對하여서, K_{aI} 을 求하기 爲하여서는 앞절의 式(5-6)이 使用되며, K_{aIII} 를 求하기 爲하여서는 式(5-7)이 使用된다. 그리고 理論 해석으로 부터 K 를 求하기 爲하여서는 Benthum¹⁶⁾ 과 Brown¹⁷⁾ 의 解를 참고로 했다. 이렇게 求한 K_a 와 K_{tb} 의 값을 각 試片에 對하여서 알아보면 다음과 같다.

i) Double notch 가 있는 평판이 引張力을 받을때 (Fig. 5-1 및 Fig. 5-2 참조)

이 試片에 對하여 求하여진 K_{aI} 의 값 및 Benthum¹⁶⁾ 의 解를 이용해 구한 K_{tb} 의 값을 Fig. 6-1 및 Fig. 6-2 에 도시하였다. 이들 形狀의 시편에 對하여 結果를 보면, K_{tb} 에 對한 K_{aI} 의 오차는 대체적으로 Fig. 5-1 의 경우 1-3 % 정도이고, Fig. 5-2 의 경우 2-7 % 정도이다. 그러나 Crack 이 아주 얇은 경우에는 10% 정도의 오차를 보였다.

ii) Single notch 가 있는 평판이 굽힘을 받을때 (Fig. 5-3 참조)

Fig. 5-3 의 試片에 對하여 求하여진 K_{aI} 의 값 및 Brown¹⁷⁾ 의 解를 참고로한 K_{tb} 의 값을 Fig. 6-3 에 도시하였다. 이 시편에 對하여 結果를 살펴보면 K_{tb} 와 K_a 사이의 오차는 4-7 % 정도이며, 최대오차는 10 % 정도이다.

iii) U형 groove 가 있는 원형단면봉이 引張을 받을때 (Fig. 5-4 및 Fig. 5-5 참조)

이 두 試片에 對하여 求하여진 $K_{\alpha I}$ 의 값 및 Benthum¹⁶⁾ 의 解를 이용해 求한 K_{th} 의 값을 각각 Fig. 6-4 및 Fig. 6-5 에 나타내었다. 이 試片에 對하여 求하여진 結果를 살펴보면 K_{th} 에 대한 K_{α} 의 오차는 Fig. 5-4 의 경우는 대략 2 - 4 % 정도 이고, Fig. 5-5 의 경우는 2 - 6 % 정도였다. 그러나 시편형상이 평판일때의 경우와 마찬가지로 crack 이 얇은 경우에는 9-12 % 정도의 오차를 보였다.

vi) U형 groove 가 있는 원형단면봉이 굽힘을 받을 때 (Fig. 5-6 및 Fig. 5-7 참고)

이들 試片에 對하여 求하여진 $K_{\alpha I}$ 의 값 및 Benthum¹⁶⁾ 의 理論解에 의한 K_{th} 의 값을 각각 Fig. 6-6 및 Fig. 6-7 에 도시하였다. 結果를 살펴보면, K_{th} 에 대한 K_{α} 값의 오차는 대체적으로 Fig. 5-6 의 시편에 對하여서는 2 - 4 % 정도이며, Fig. 5-7 의 경우에는 5 - 6 % 정도였다. 그러나 crack 이 얇은 경우에는 10-12 % 정도의 큰 오차를 보였다.

v) U형 groove 를 갖는 원형단면봉이 비틀림을 받을때 (Fig. 5-8 및 Fig. 5-9 참조)

이들 두 試片에 對하여 求하여진 $K_{\alpha I}$ 의 값 및 Benthum¹⁶⁾ 의 解를 이용해 求한 K_{th} 의 값을 Fig. 6-8 및 Fig. 6-9 에 도시하였다. 이들 試片에 對하여 求하여진 結果를 살펴보면, K_{th} 에 대한 K_{α} 의 오차는 Fig. 5-8 의 試片에 對하여서는 대략 1 - 3 % 정도로 작았으며 crack 이 얇은 경우에도 6 % 정도의 차이를 보였다.

그러나, Fig. 5-9 의 경우에는 대체적으로 11-13 % 정도의 큰

오차를 보였으며 crack 이 얇은 경우에는 30 % 정도의 오차를 보였다.

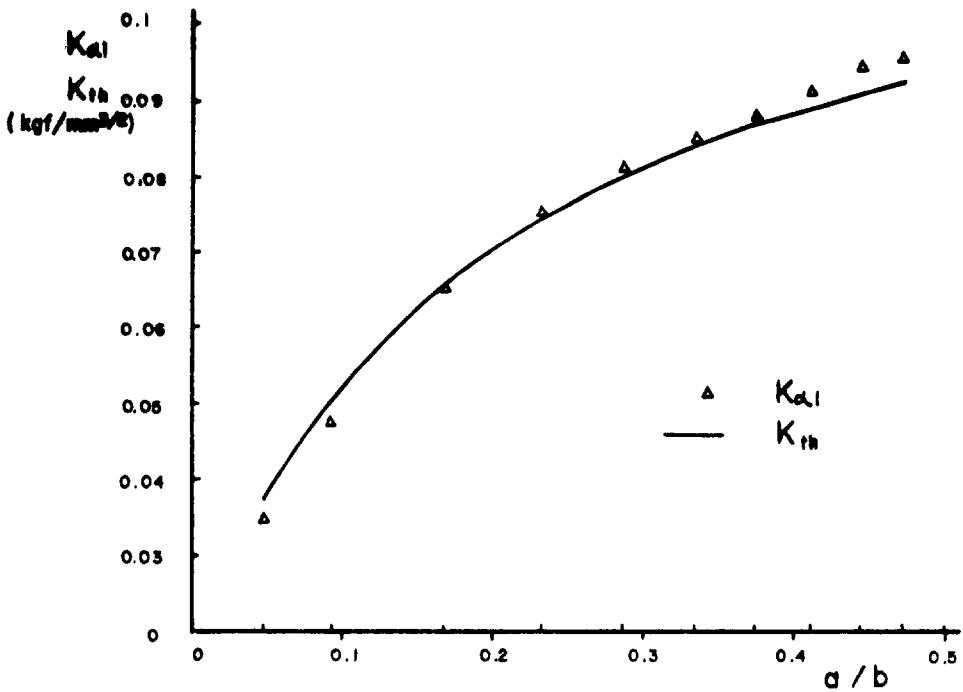
以上과 같이 해서 本 研究에서 채택한 모든 Model 에 對하여 K의 解析을 해보았다. 이들의 結果를 종합적으로 살펴보면 두가지의 例外들을 제외하고는 本 研究에서 遂行한 方法에 의한 K값의 解析이 理論적으로 求解 놓은 K값과 精度가 좋음을 알수있다.

그러나 crack 이 얇은 경우는 모든 Model 에 對하여 상당한 誤差가 있었다. 이는 試驗片의 表面으로 부터 crack 先端이 比較的 가까운 때는 數學的 解析法으로는 K의 解析이 어려우며 또한 數置的 解析에 依해서도 一般的으로 잘 안 맞는데 이의 影響이 있는 것으로 思料된다.

그리고 試片幅의 $\frac{1}{2}$, b에 對한 crack 길이 a의 比 a/b 가 0.1 ~ 0.9 사이의 범위에서 비틀림은 받는 圓形斷面棒에 U형 groove가 있는 경우 매우 큰 誤差가 있었다. 그러나 같은 形狀 일지라도 a/b 가 0.05 ~ 0.5 사이의 범위에 있는 試片(Fig. 5-8 참조)의 경우는 상당히 正確히 一致했다.

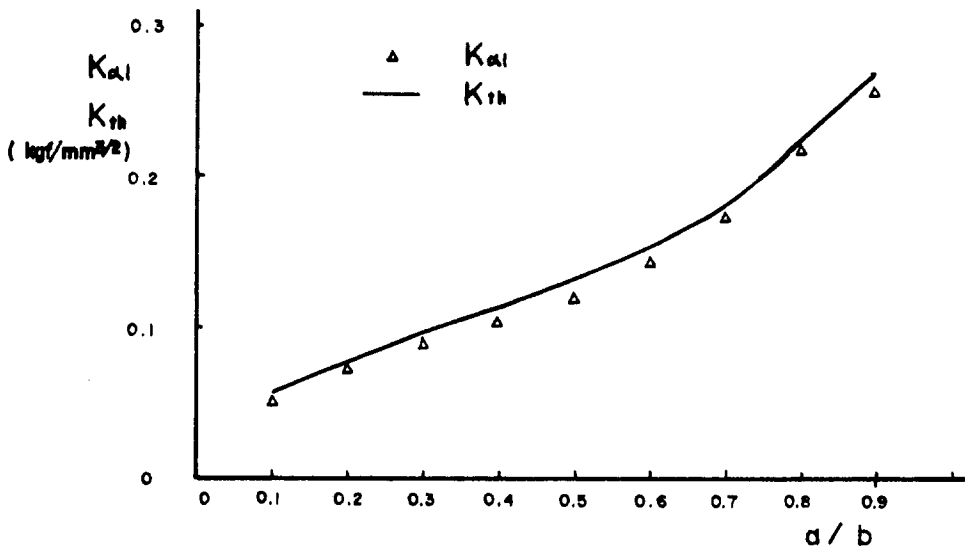
이들의 差異點을 보기 위하여 두 그림에서 notch 깊이가 같고 폭에 비례한 曲率半徑 ρ 의 크기가 같은 경우 α 의 값을 比較해 보았다. 예를 들어, Fig. 5-8에서 $D/d=2$, $\rho/d=0.1$ 일때의 α 값은 1.58 이었는데 Fig. 5-9에서 같은 형상의 조건을 따져보면 $d/D=0.5$, ρ/D 는 0.05가 된다. 이때의 α 값을 graph에서 읽어보면 1.5이다. 결국 같은 境界條件에서 서로 다른 α 의 값을 내므로 둘중 하나의 값은 誤差가 큰 것으로 간주할 수 있다. 本 研究에서 求하여본 K_a 값의 結果 Fig. 5-8의 경우는 理論解와

가까운 값을 내었으므로 圓形斷面棒의 비틀림의 경우는 Fig. 5-8
의 경우가 正確한 α 값을 내고 있다고 思料된다.



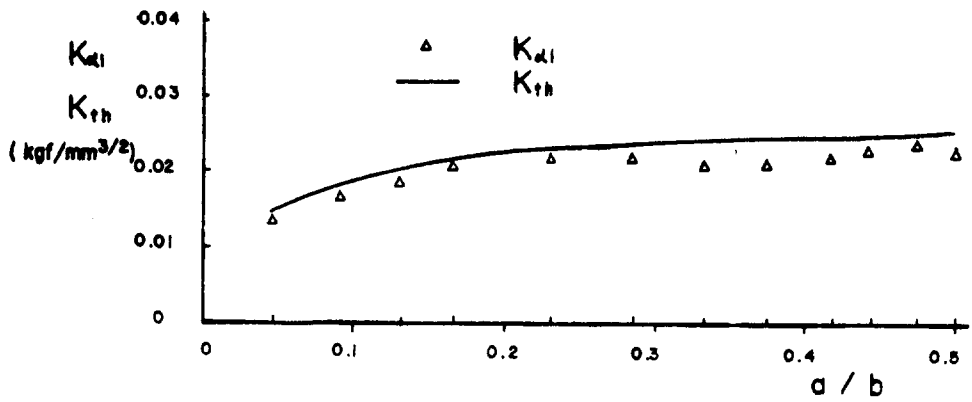
Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 1. Comparison K_{d1} with K_{th} for Flat Tension Bar with Double notches



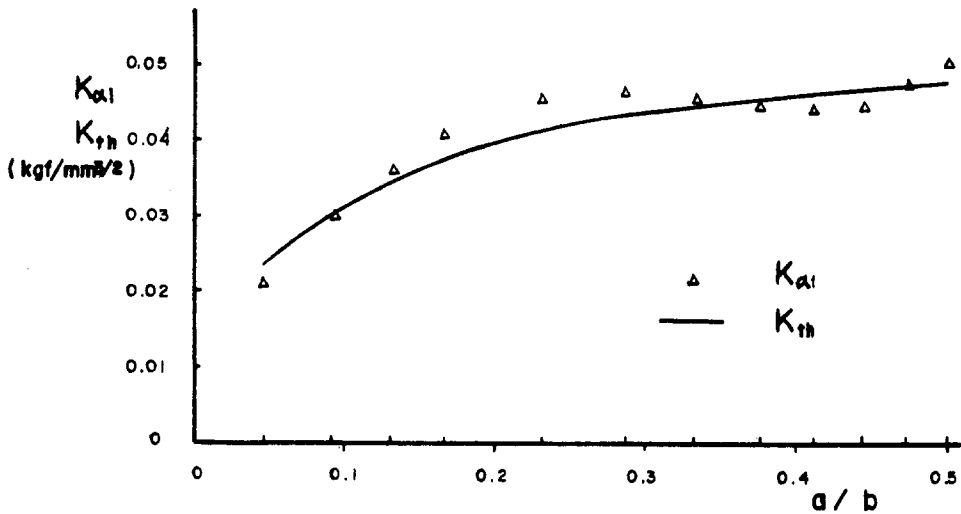
Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 2. Comparison K_{d1} with K_{th} for Flat Tension Bar with Double notches



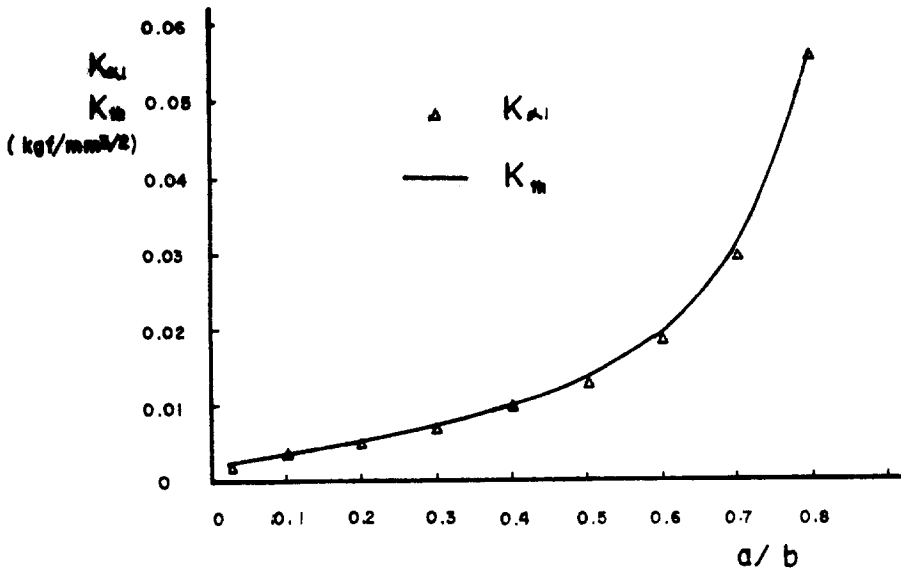
Ratio of Crack Length to Specimen Width

Fig. 6 - 3. Comparison K_{at} with K_{th} for Bending of a Flat Bar with Single notch



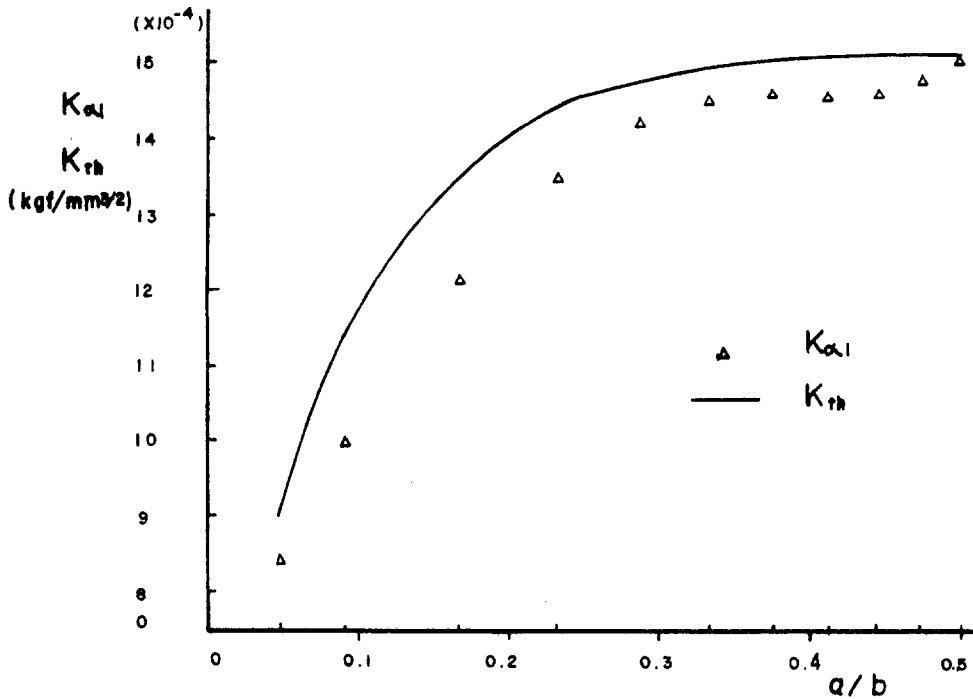
Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 4. Comparison K_{at} with K_{th} for a Round Tension Bar with a U groove



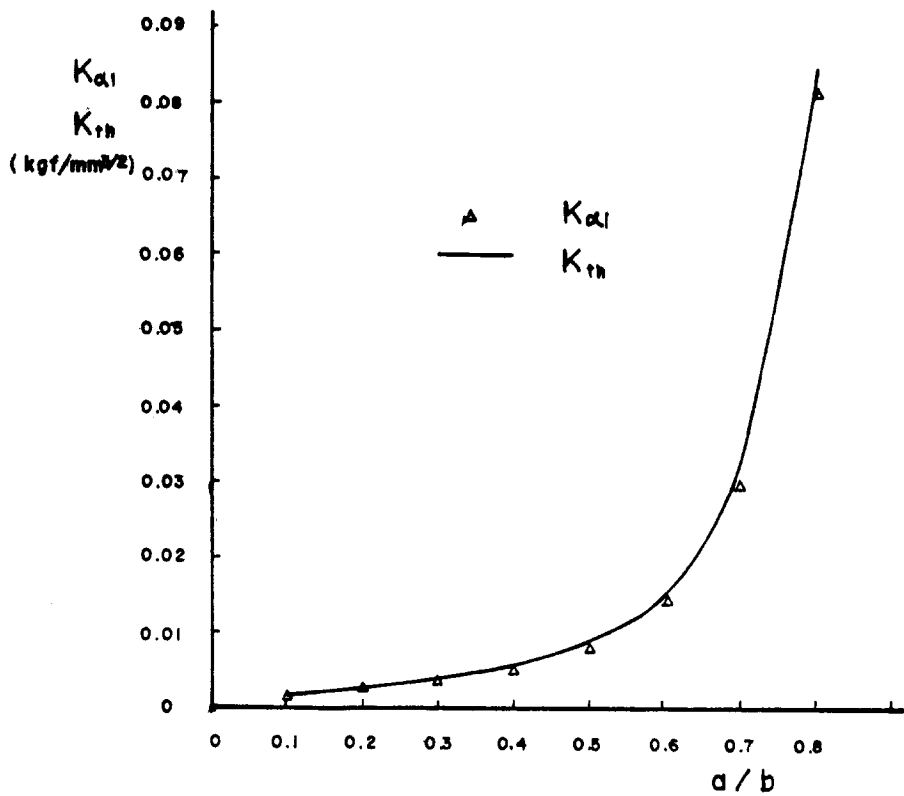
Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 5. Comparison K_{a1} with K_{th} for a Round Tension Bar with a U groove



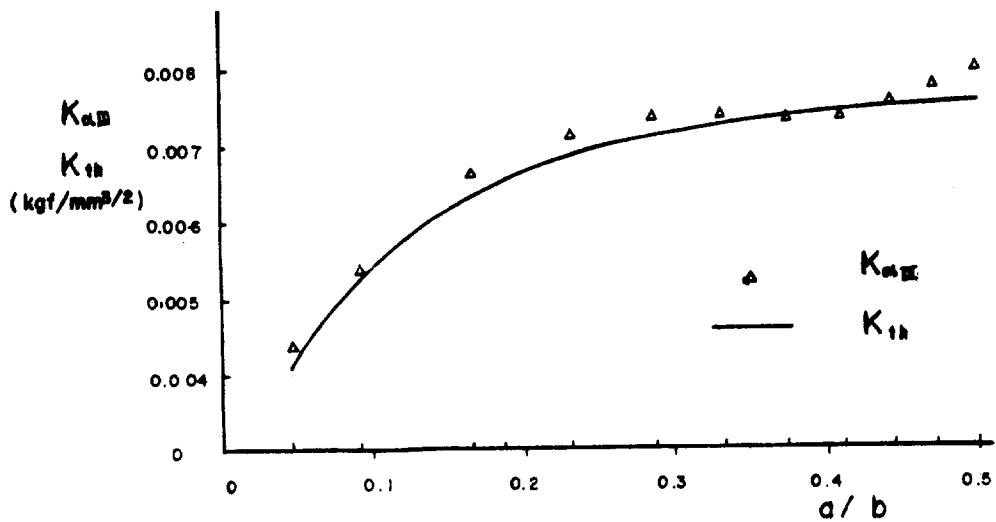
Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 6. Comparison K_{a1} with K_{th} for Bending of a Round Bar with a U groove



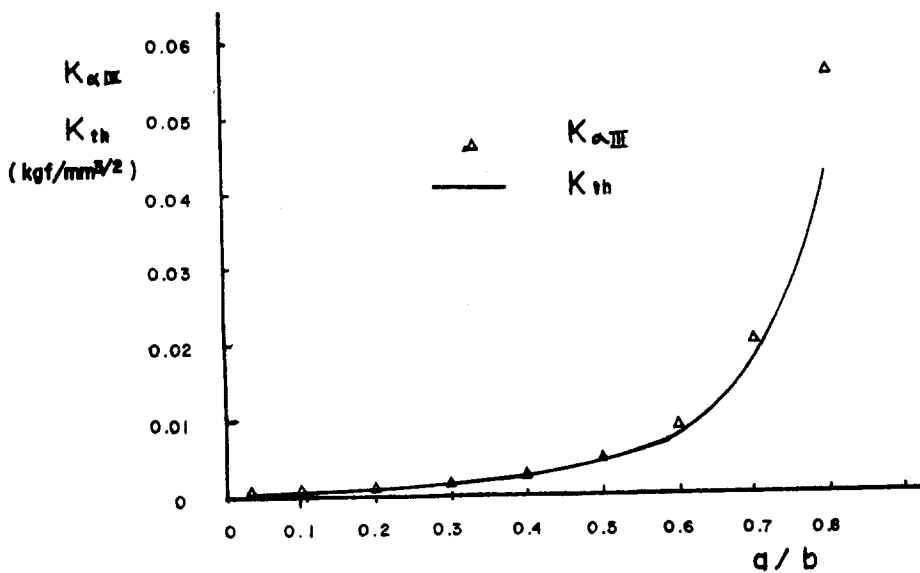
Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 7. Comparison K_{d1} with K_{rh} for Bending of a Round Bar with a U groove



Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 8. Comparison K_{aIII} with K_{th} for Torsion of a Round Bar with a U-groove



Ratio of Crack Length to Specimen half Width

Fig. 6 - 9. Comparison K_{aIII} with K_{th} for Torsion of a Round Bar with U-groove

第 7 章 結 論

本 論文에서는 이미 研究되어 알려진 應力集中係數를 使用하여 應力擴大係數를 求하는 方法에 對하여 研究해 보았다. 本 研究 結論을 要約하면 다음과 같다.

- i) 應力集中係數는 알고 있는 notch 等に 있어서 이를 使用하여 充分히 精度가 좋고 簡便한 方法으로 應力擴大係數를 求할 수 있다.
- ii) 應力集中係數로 부터 應力擴大係數를 求함에 있어서는 重回歸 分析法를 利用하는 것이 가장 좋다.
- iii) 荷重이 複合해서 作用하는 境遇에는 各各의 境遇에 이 方法을 使用하여 K 를 求하고, 重疊法에 依해서 複合的인 應力擴大係數를 求할수 있다.

綜合的으로 本 研究의 結果를 살펴보면 理論내지 實驗的으로 crack 先端에 있어서의 K 를 求하는 것이 매우 곤란한 경우에 對하여서도 應力集中 係數의 資料가 있거나 應力集中係數의 값을 求할 수 있으면, 充分히 精度가 좋게 應力擴大係數를 求할 수 있으므로 本 研究에서 提示한 方法은 破壞力學에 있어서 重要한 役割을 을 한다고 思料된다.

REFERENCES

1. H. Neuber ; Kerbspannungslehre, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 1958
2. C. E. Inglis ; "Stress in the plate due to the presence of cracks and sharp corners"
Trans.of the institute of Naval Architects,
Vol. 60, London, England 1913
3. M. M. Frocht; "Photoelastic studies in Stress Concentration"
Mechanical Engineering, Aug. 1936.,PP.485
4. R. E. Peterson and A. M. Wahl;
"Two and three - dimensional cases of stress concentration, and comparison with fatigue test."
Trans. ASME. Vol 59, 1936, PP.A15 -22
5. L. S. Jacobsen; "Torsional Stress Concentration in shafts of Circular Cross-Section and Variable Diameter"
Trans. ASME, Vol. 47, 1925, PP.619
6. A. A. Griffith and G. I. Taylor ;
"The Use of Soap films in solving Torsional Problems" Proceeding of I.M.E, London, 1917, P 755
7. R. E. Peterson; "Stress Concentration Factors " J. Wiley,
N. Y., 1974
8. G. N. Savin; "Stress Concentration Around Holes" Porgamon Press,
1961

9. P.P. Paris and G. C. Sih;
"Fracture Toughness Testing and its
Applications" ASTM STP. 381, 1965, PP. 31
10. H. M. Westergaard ; "Bearing Pressures and Cracks"
J. Appl. Mech., Vol. 61, 1939, PP. A49-53
11. N. I. Muskhelishvili; "Some basic Problems of the mathematical
theory of elasticity" English translation,
Noordhoff, 1953
12. J. D. Eshelby and B. A. Bilby; "Dislocations and the Theory
of Fracture" edited by Liebowitz, Fracture I,
Academic Press, 1969
13. O. L. Bowie and D. M. Neal; "Modified Mapping - Collocation
Technique for accurate calculation of S.I.F."
Intern. J . Fracture. Mech., 1970,
PP. 199-206
14. J. E. Srawley and B. Gross ; "S.I.F. for crack-line loaded
Edge-crack Specimens." NASA, TN. D-3820, 1967
15. M. Creager; "The Elastic Stress Field Near the Tip of a Blunt
Crack." Masters Thesis, Lehigh Univ., 1966
16. J. P. Benthem and W.T. Koiter; "Asymptotic Approximations to
Crack Problems" Noordhoff International
Publishing, 1972

17. W. F. Brown, Jr. and J. Srawley; "Plane Strain Crack Toughness
Testing of High Strength Metallic Materials"
ASTM STP. No.410, 1966

後 記

本 研究를 수행함에 있어서 노고를 아끼시지 않고 指導하여 주신 金相哲 교수님께 깊이 感謝드리며, 黃炳九 교수님, 金鏞成 교수님께 感謝드립니다.

아울러 같이 애써 주신 仁荷大學校 應用力學研究室 여러분께 感謝드립니다.

내 사랑하는 가영이에게 이 조그만 論文을 드립니다.